

2.2 微商的运算法则

安冬

北京大学北京国际数学研究中心 (BICMR)

andong@bicmr.pku.edu.cn

26-27 学年第 1 学期

导数的四则运算

$$(u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x)$$

$$(u(x)v(x))' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

$$\left(\frac{u(x)}{v(x)}\right)' = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{(v(x))^2}$$

导数的四则运算

推论：

$$(u(x) + v(x) + w(x))' = u'(x) + v'(x) + w'(x)$$

$$(cu(x))' = cu'(x)$$

$$(u(x)v(x)w(x))' = u'(x)v(x)w(x) + u(x)v'(x)w(x) + u(x)v(x)w'(x)$$

导数的四则运算

例 1: 求导数:

$$\tan x, \quad \sec x, \quad \log_a x$$

导数的四则运算

例 2: 求导数:

$$x^2 \sin x, \quad \frac{x^{7/2} + 3x - 10\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

复合函数的导数

定理：若函数 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 处可导，函数 $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处可导，则复合函数 $f(\varphi(x))$ 在 x_0 处可导，并且

$$\left. \frac{d}{dx} f(\varphi(x)) \right|_{x=x_0} = f'(u_0) \varphi'(x_0)$$

或写成

$$y_x' = y_u' u_x', \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

► 可推广到多个函数复合： $w = h(z), z = g(y), y = f(x)$ ，则复合函数 $w = h(g(f(x)))$ 的导数

$$\frac{dw}{dx} = \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx}$$

复合函数的导数

例 3: 求导数

$$\tan \frac{1}{x}, \quad (x^2 + x + 1)^n, \quad \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

复合函数的导数

例 4: 求导数

$$\ln |x|, \quad x^\alpha \ (\alpha > 0), \quad a^x \ (a > 0)$$

作业

习题 2.2: 5, 10, 15, 19, 21