

# 科学计算中的量子算法：量子算法基础 2

安冬

北京大学北京国际数学研究中心 (BICMR)

*andong@bicmr.pku.edu.cn*

25-26 学年第 2 学期

# 大纲

- ▶ 量子态不可复制定理
- ▶ 量子线路的误差累计
- ▶ 可逆计算

# 量子态不可复制定理

Q: 是否存在一个量子算法, 可以有效地复制任意一个未知的量子态?

- ▶ “有效”
- ▶ 迭代法的基础

## Theorem

不存在一个酉变换  $U \in \mathbb{C}^{2^{2n} \times 2^{2n}}$ , 使得对于任意的一个量子态  $|\psi\rangle \in \mathbb{C}^{2^n}$ , 都有

$$U|\psi\rangle|0\rangle^{\otimes n} = |\psi\rangle|\psi\rangle.$$

# 量子态不可复制定理

- ▶ 态依赖的复制
- ▶ 正交基的复制

## 量子线路的误差累计

**Q:** 一系列  $U_1, U_2, \dots, U_K$ , 每一个  $U_j$  都有误差  $\epsilon$ , 总量子线路  $U = U_K \cdots U_2 U_1$  的误差?

### Theorem

设  $U_j, V_j$  为酉变换。若  $\|V_j - U_j\| \leq \epsilon$ , 那么

$$\|V_K \cdots V_2 V_1 - U_K \cdots U_2 U_1\| \leq K\epsilon.$$

# 可逆计算

Q: 量子计算是否比经典计算更高效?

Q: 量子计算是否至少与经典计算相当?

# 可逆计算

$$x \mapsto f(x), \quad x \in \{0, 1\}^n, \quad f(x) \in \{0, 1\}^m$$

可逆化：

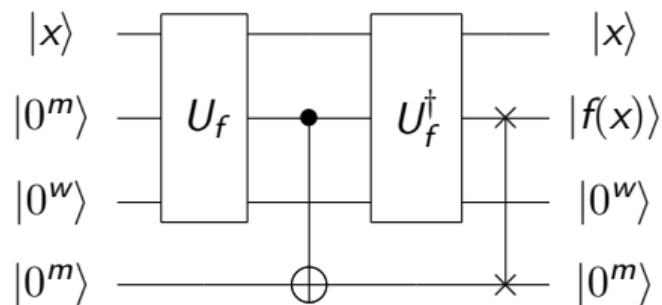
$$(x, z) \mapsto (x, z \oplus f(x))$$

## Theorem

任意包含  $\mathcal{O}(\text{poly}(n))$  经典门的经典线路可以被包含  $\mathcal{O}(\text{poly}(n))$  简单量子门和额外  $\mathcal{O}(\text{poly}(n))$  量子比特的量子线路模拟

$$U_f: |x\rangle |0^m\rangle |0^w\rangle \mapsto |x\rangle |f(x)\rangle |g(x)\rangle$$

# Uncomputation



$$\begin{aligned}
 |x\rangle |0^m\rangle |0^w\rangle |0^m\rangle &\rightarrow |x\rangle |f(x)\rangle |g(x)\rangle |0^m\rangle \\
 &\rightarrow |x\rangle |f(x)\rangle |g(x)\rangle |f(x)\rangle \\
 &\rightarrow |x\rangle |0^m\rangle |0^w\rangle |f(x)\rangle \\
 &\rightarrow |x\rangle |f(x)\rangle |0^w\rangle |0^m\rangle
 \end{aligned}$$

$$\tilde{U}_f: |x\rangle |0^m\rangle \mapsto |x\rangle |f(x)\rangle$$

# 阅读

阅读:

- ▶ LL: Chapter 1